

Отзыв
официального оппонента на диссертацию
Повприц Елены Викторовны
«Характеризация следов и преобразование Коши линейных
непрерывных функционалов в весовых анизотропных пространствах
аналитических функций со смешанными нормами»,
представленной на соискание учёной степени кандидата физико-
математических наук по специальности 01.01.01 - вещественный,
комплексный и функциональный анализ

Теория многомерных весовых пространств аналитических функций типа Харди и Бергмана имеет широкие приложения в различных вопросах гармонического и комплексного анализа, таких как теория кратных тригонометрических рядов, теория аппроксимации и интерполяции, описании инвариантных подпространств оператора сдвига и т. д. Отметим, что не все одномерные результаты могут быть обобщены на многомерный случай. Известен целый ряд одномерных классических результатов, не имеющих места в случае поликрюга, особенно это относится к исследованиям поведения функций на торе, так как тор (остов) поликрюга содержит не все граничные точки поликрюга, а лишь некоторое минимальное подмножество граничных точек, для которых выполняется принцип максимума модуля функции. Поэтому задачи, связанные с многомерными пространствами аналитических функций типа Харди и Бергмана интересны и привлекают внимание современных специалистов по комплексному анализу. Таким образом, тема диссертации весьма актуальна.

Диссертационная работа Е.В. Повприц посвящена в основном решению трех задач. Во-первых, это задача описания следов весовых анизотропных пространств аналитических в поликрюге функций со смешанными нормами на диагонали поликрюга; во-вторых, решение задачи о полной характеристике преобразования Коши линейных непрерывных функционалов в пространствах $A_{\omega}^{p,q}(U^n)$ при всех $p, q \in (0, +\infty)$; и, в-третьих, это приложение результатов, полученных при описании линейных непрерывных функционалов, к отысканию критерия ограниченности кратного тёмплицева оператора в весовом анизотропном пространстве Соболева аналитических в поликрюге функций.

Перейдем к обзору основных результатов диссертации. Диссертационная работа Е.В. Повприц состоит из введения, двух глав и списка литературы.

Во введении кратко излагается история вопроса, приводится обзор основных результатов работы.

Первая глава диссертации посвящена вопросам диагонального отображения в весовых анизотропных пространствах аналитических в поликруге функций со смешанными нормами, а также эквивалентности норм функции и ее производной в указанных пространствах.

Одним из центральных результатов первой главы является *теорема 1.2*, дающая полную характеристику следов весовых анизотропных пространств $A_{\omega}^{p,q}(U^n)$ аналитических в поликруге функций со смешанной нормой на диагонали поликруга. Проблема диагонального отображения для указанных весовых пространств имеет долгую историю и берет свое начало из работ У. Рудина, П. Дьюрена, А. Шилдса, Ф.А. Шамояна и др. Установленный результат усиливает ранее полученные результаты Г. Рена и Дж. Ши для случая общих весовых функций и получен с помощью совершенно иных методов.

Вторым центральным результатом первой главы является *теорема 1.3*, которая устанавливает эквивалентность норм функции и ее производной в пространствах $A_{\omega}^{p,q}(U^n)$ при всех $p, q \in (0, +\infty)$, причем соответствующие оценки устанавливаются для дробной производной произвольного порядка.

Вторая глава рецензируемой диссертации посвящена описанию свойств преобразования Коши линейных непрерывных функционалов в многомерных весовых анизотропных пространствах $A_{\omega}^{p,q}(U^n)$ аналитических в поликруге функций со смешанными нормами при всех $p, q \in (0, +\infty)$. Отметим, что преобразование Коши для пространств $A_{\omega}^{p,q}(U^n)$ в случае, когда $1 < p, q < +\infty$, а также когда хотя бы один из указанных параметров меньше единицы, а другой – больше, имеет совершенно различное описание.

В известном смысле окончательными результатами являются *теоремы 2.1 и 2.2*. Эти теоремы являются аналогами результатов, полученных в работах Ф.А. Шамояна и О.В. Антоненковой при описании преобразования Коши линейных непрерывных функционалов в весовых пространствах аналитических в шаре функций. Методы, использованные при доказательстве *теорем 2.1 и 2.2* отличаются от методов работ Ф.А. Шамояна и О.В. Антоненковой, так как имеются специфические особенности, касающиеся свойств границ указанных областей. А именно, сфера содержит все граничные точки шара, а тор – лишь некоторое подмножество граничных точек поликруга.

В последнем параграфе диссертационной работы речь идет об описании тех плюригармонических символов, при которых кратный тёмлицев оператор действует в весовом анизотропном пространстве Соболева аналитических в поликруге функций. Доказательства этих теорем

существенно опираются на результаты, полученные ранее при описании линейных непрерывных функционалов.

Диссертация содержит целый ряд красивых и глубоких результатов. Некоторые утверждения, установленные в диссертации, улучшают и дополняют известные ранее результаты. Доказательства большей части результатов технически очень сложны. Автору диссертации нужно было преодолеть и много логических трудностей, чтобы получить эти результаты.

К сожалению, уровень изложения временами существенно отстает от уровня результатов. Обозначения не всегда хорошо продуманы, довольно часто встречаются опечатки и неаккуратности. Отметим наиболее существенные замечания:

1. В работе встречаются опечатки в словах, но их количество можно считать не критичным (в словах «предполагать» стр. 85, 92, «слагаемое» стр. 103, 109, «кортеж» стр. 99, 103). Особенно неприятными являются опечатки в фамилиях математиков (Лобачевский стр. 115, Панцоне стр. 58).
2. Неудачное использование одних и тех же символов для обозначения операторов дифференцирования и диагонального отображения.
3. В тексте диссертации большую часть занимают вычисления и выкладки, а комментариев, поясняющих их суть, не хватает.
4. Теоремы 2.3 и 2.4 не охватывают все возможные случаи поставленной задачи. Результаты установлены лишь, когда одновременно все $m_j \leq \alpha_j$ или все $m_j \geq \alpha_j + 2$ или же все $m_j = \alpha_j + 1$, $j = \overline{1, n}$. Случаи же, когда хотя бы один $m_j = \alpha_j + 1$, а остальные $m_i \geq \alpha_i + 2$ или $m_i \leq \alpha_i$, $i \neq j$, $j, i = \overline{1, n}$ не рассматривались.
5. В автореферате утверждение теоремы 2.1 (стр. 11) сформулировано нечетко и не полностью.

Все эти замечания не могут повлиять на общий достаточно высокий уровень работы. Полученные в диссертации результаты заслуживают высокой оценки. Все основные результаты диссертации приведены с полными доказательствами.

В целом диссертация Е.В. Повприц представляет собой законченную научно-квалификационную работу, выполненную на высоком научном уровне. Результаты и методы диссертации могут оказаться полезными и в других разделах комплексного анализа. Диссертация имеет теоретическое значение. Работа посвящена актуальной теме.

Основные результаты диссертации прошли апробацию на ряде конференций и получили одобрение ведущих специалистов. Результаты

полно и своевременно опубликованы в 10 научных работах, 3 из которых - в журналах из перечня рецензируемых научных журналов и изданий, рекомендованных ВАК Минобрнауки РФ.

Автореферат диссертации верно и полно отражает содержание диссертации.

На основании вышесказанного считаю, что диссертационная работа Повприц Елены Викторовны «Характеризация следов и преобразование Коши линейных непрерывных функционалов в весовых анизотропных пространствах аналитических функций со смешанными нормами» соответствует всем требованиям, предъявляемым к кандидатским диссертациям ВАК РФ, в том числе п. 9 «Положения о порядке присуждения ученых степеней», а её автор заслуживает присуждения ей ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 - вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Доктор физико-математических наук,
профессор, заведующий кафедрой
математического анализа Смоленского
государственного университета

К.М. Расулов

214000, г. Смоленск, ул. Пржевальского, д.4,
Смоленский государственный университет.
(4812) 700-267, kahrimanr@yandex.ru



10 мая 2015 г.

Подпись *Расулов К.М.*
удостоверяю. Нач.отдела кадров СмолГУ